

ЗАТВЕРДЖЕНО

Протоколом засідання приймальної комісії

ЗУНУ

№5 від 22 грудня 2020 р.

ПРОГРАМА

Всеукраїнської олімпіади Західноукраїнського національного університету з математики

Мета проведення Всеукраїнської олімпіади ТНЕУ з математики – виявлення обдарованих випускників, оцінка ступеня їх підготовленості до навчання у Західноукраїнському національному університеті.

Учасник олімпіади повинен показати:

- а) чітке знання означень, математичних понять, термінів, формулювань правил, ознак, теорем, передбачених програмою вміння доводити їх;
- б) вміння точно і стисло висловити математичну думку в усній і письмовій формі, використовувати відповідну символіку;
- в) впевнене володіння практичними математичними вміннями і навичками, передбаченими програмою, вміння застосовувати їх при розв'язанні задач і вправ.

1. Основні математичні поняття і факти

Арифметика, алгебра і початки аналізу

1. Натуральні числа і нуль. Читання і запис натуральних чисел. Порівняння натуральних чисел. Додавання, віднімання, множення та ділення натуральних чисел.

2. Подільність натуральних чисел. Дільники і кратні натурального числа. Парні і непарні числа. Ознаки подільності на 2, 5, 3, 9, 10. Ділення з остачею. Прості і складені числа. Розкладання натурального числа на прості множники. Найбільший спільний дільник, найменше спільне кратне.

3. Звичайні дроби. Порівняння звичайних дробів. Правильний і неправильний дріб. Ціла та дробова частина числа. Основна властивість дроби. Скорочення дроби. Середнє арифметичне кількох чисел. Основні задачі на дроби. Означення відсотка. Правила виконання відсоткових розрахунків.

4. Степінь з натуральним і раціональним показником. Арифметичний корінь та його властивості.

5. Одночлен і многочлен. Дії над ними. Формули скороченого множення.

6. Многочлен з однією змінною. Корінь многочлена (на прикладі квадратного тричлена).

7. Означення та властивості логарифма, десятковий і натуральний логарифми. Основна логарифмічна тотожність.

8. Означення синуса, косинуса, тангенса та котангенса числового аргументу. Основні тригонометричні тотожності. Формули зведення. Синус і косинус суми та різниці двох аргументів (формули). Формули додавання, перетворення в добуток та наслідки з них.

9. Рівняння з однією змінною. Означення кореня (розв'язку) рівняння з однією змінною. Рівносильні рівняння. Розв'язування раціональних, ірраціональних, показникових, логарифмічних, тригонометричних рівнянь. Графік рівняння з двома змінними.

10. Нерівності. Рівносильні нерівності. Розв'язування раціональних, ірраціональних, показникових, логарифмічних, тригонометричних нерівностей.

11. Системи рівнянь і системи нерівностей. Розв'язування систем. Корені системи. Рівносильні системи рівнянь.

12. Поняття функції. Способи задання функції. Область визначення, область значень функції. Функція, обернена до даної.

13. Графік функції. Зростання і спадання функції; періодичність, парність; непарність функції.

14. Означення і основні властивості функцій: лінійної $y = kx + b$, квадратичної $y = ax^2 + bx + c$, степеневі $y = x^n$ ($n \in Z$), показникової $y = a^x$, логарифмічної $y = \log_a x$, тригонометричних ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$).

15. Арифметична та геометрична прогресії. Формула n -го члена і суми n перших членів арифметичної та геометричної прогресій. Формула суми нескінченної геометричної прогресії.

16. Означення похідної, її фізичний та геометричний зміст. Рівняння дотичної до графіка функції в точці.

17. Таблиця похідних елементарних функцій. Правила знаходження похідної суми, добутку, частки двох функцій. Похідна складеної функції.

18. Достатня умова зростання (спадання) функції на проміжку. Поняття екстремуму функції. Необхідна умова екстремуму. Найбільше і найменше значення функції на проміжку.

19. Означення первісної функції, визначеного інтеграла, криволінійної трапеції. Таблиця первісних функцій. Правила знаходження первісних. Формула Ньютона-Лейбніца.

20. Перестановки (без повторень), кількість перестановок. Розміщення (без повторень), кількість розміщень. Комбінації (без повторень), кількість комбінацій.

21. Біном Ньютона.

22. Поняття ймовірності випадкової події. Найпростіші випадки підрахунку ймовірностей.

23. Поняття про статистику. Статистичні характеристики рядів даних (розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення випадкової величини).

Геометрія

1. Пряма, промінь, відрізок, ламана; довжина відрізка. Кут, величина кута. Вертикальні та суміжні кути. Паралельні прямі. Рівність і подібність геометричних фігур. Відношення площ подібних фігур.
2. Приклади перетворення геометричних фігур, види симетрії.
3. Вектори. Операції над векторами.
4. Многокутник. Вершини, сторони, діагоналі многокутника.
5. Трикутник. Медіана, бісектриса, висота трикутника, їх властивості. Види трикутників. Співвідношення між сторонами та кутами прямокутного трикутника.
6. Чотирикутник: паралелограм, прямокутник, ромб, квадрат, трапеція; їх основні властивості.
7. Коло і круг. Центр, діаметр, радіус, хорди, січні кола. Залежність між відрізками у колі. Дотична до кола. Дуга кола. Сектор, сегмент.
8. Центральні і вписані кути; їх властивості.
9. Формули площ геометричних фігур: трикутника, прямокутника, паралелограма, квадрата, ромба, трапеції.
10. Довжина кола і довжина дуги кола. Радіанна міра кута. Площа круга і площа сектора.
11. Площина. Паралельні площини і площини, що перетинаються.
12. Паралельність прямої і площини.
13. Кут прямої з площиною. Перпендикуляр до площини. Перпендикулярність прямих і площин.
14. Двогранні кути. Лінійний кут двогранного кута. Перпендикулярність двох площин.
15. Многогранники. Вершини, ребра, грані, діагоналі многогранника. Пряма і похила призми. Піраміда. Правильна призма і правильна піраміда. Паралелепіеди, їх види.
16. Тіла обертання: циліндр, конус, сфера, куля. Центр, діаметр, радіус сфери і кулі. Площина, дотична до сфери.
17. Формули площі поверхонь і об'ємів призми, піраміди, циліндра, конуса.
18. Формули площі поверхні сфери, об'єму кулі та її частин (кульового сегмента і сектора).

II. Основні формули і теореми

Алгебра і початий аналізу

1. Функція $y = kx + b$, її властивості і графік.
2. Функція $y = k/x$, її властивості і графік.
3. Функція $y = ax^2 + bx + c$, її властивості і графік.
4. Формула коренів квадратного рівняння.
5. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники.
6. Властивості числових нерівностей.
7. Логарифм добутку, степеня і частки.

8. Функції $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, їх означення, властивості і графіки.
9. Розв'язки рівнянь $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.
10. Формули зведення.
11. Залежність між тригонометричними функціями одного й того ж аргументу.
12. Тригонометричні функції подвійного аргументу.
13. Похідна суми, добутку і частки двох функцій, степеневі функції.
14. Похідні тригонометричних функцій, показникової логарифмічної функцій.
15. Рівняння дотичної до графіка функції.
16. Таблиця первісних функцій. Формула Ньютона-Лейбніца.
17. Обчислення числа перестановок (без повторень), розміщень (без повторень) та числа комбінації (без повторень).
18. Біном Ньютона.
19. Обчислення розмаху вибірки, моди, медіани, середнього значення випадкової величини.
20. Основні теореми про ймовірність суми та добутку подій.

Геометрія

1. Властивості рівнобедреного трикутника.
2. Властивості точок, рівновіддалених від кінців відрізка.
3. Ознаки паралельності прямих.
4. Сума кутів трикутника. Сума внутрішніх кутів опуклого багатокутника.
5. Ознаки паралелограма.
6. Коло, описане навколо трикутника.
7. Коло, вписане в трикутник.
8. Дотична до кола та її властивість.
9. Вимірювання кута, вписаного в коло.
10. Ознаки рівності, подібності трикутників.
11. Теорема Піфагора, наслідки з теореми Піфагора.
12. Формули площ паралелограма, трикутника, трапеції.
13. Формула відстані між двома точками площини. Рівняння кола.
14. Ознаки паралельності прямої і площини.
15. Ознака паралельності площин.
16. Теорема про перпендикулярність прямої і площини.
17. Перпендикулярність двох площин.
18. Паралельність прямих і площин.
19. Координати середини відрізка.
20. Колінеарні вектори.
21. Додавання векторів. Множення вектора на число. Кут між векторами. Скалярний добуток векторів.

Література

1. Алексеев В.М. Элементарная математика. Решение задач. – Киев: Вища школа. Головное изд-во, 1983. – 351с.
2. Бевз Г.П., Фільчаков П.Ф., Швецов К.І., Яремчук Ф.П. Довідник з елементарної математики. Для вступників до вузів. Під ред. П.Ф.Фільчакова. – Київ: Наукова думка, 1973.–520с.
3. Бондаренко М.Ф., Дікареєв В.А., Мельников О.Ф. і ін. Математика для вступників до вузів. Навч. посібн. – Харків: "Компанія СМІТ", 2002. – 1120 с.
4. Вишенський В.А., Перестюк М.О., Самойленко А.М. Конкурсні задачі з математики. К., Вид-во при Київ, ун-ті, 1978. – 157с.
5. Галагуз Б.П., Кузубов В.І., Сергеев В.В. Методичний посібник з елементарної математики. Для вступників в економічні вузи. – Львів.–Вид.-во Львівського ун-ту 1971.– 143с.
6. Галан В.Д., Русіна Л.В. Математика. Вступний екзамен. Відповіді на питання усного екзамену з математики для абітурієнтів. – Тернопіль. – Навчальна книга – Богдан, 2002. – 120С.
7. Гетманцев В.Д., Саушкін О.Ф., Сіліч Н.М., Щетинська А.І. Математика: Контрольні індивідуальні завдання: Посібник для слухачів підготовчих відділень та вступників до вищих навчальних закладів. – К.: Либідь, 1994. – 272 С.
8. Говоров В.М., Дыбов П.Т., Мирошин Н.В., Смирнов С.Ф. Сборник конкурсных задач по математике (с методическими указаниями и решениями): Учеб.пособие. – 2-е изд. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 384с.
9. Горделадзе Ш.Г., Кухарчук М.М., Яремчук Ф.П. Збірник конкурсних задач з математики. За заг.ред. проф. Ф.П.Яремчука. – Київ: Вища школа. Головне вид-во, 1988. – 328с.
10. Дробушевич Г.А., Ромеч Ч.Н. Математика – абітурієнтам: Сб.задач с решениями. – Мн.: Университетское, 1987,– 336с.
11. Ермаков С.М., Сабанеев В.С. Варианты письменных работ математике. – Изд-во Ленинград. ун-та, 1974. – 104С.
12. Жлуктенко В.І., Бегун А.В., Клименко Р.М. Конкурсні задачі з математики для вступників до економічних вузів та факультетів, Ірпінь: – Перун, 1994. – 240с.
13. Завало С.Т. Практикум з розв'язування задач. Алгебра. – Київ: Вища школа. Головное изд-во, 1975. – 197с.
14. Залогін М.С. Конкурсні задачі з математики. – Київ.: Вища школа. 1969. – 504С.
15. Зайцев В.В., Рыжков В.В., Сканава М.И. Элементарная математика. Повторительный курс. – М. – Изд-во "Наука", 1976. – 592 С.
16. Зорин В. В. Пособие по математике для поступающих в вузы. Учебн. пособие. – М.: Высшая школа, 1980. – 287С.

17. Ігначков В.С, Ігначкова А.В. Математика для вступників у вузи, Х: Вид-во "Основа" при Харк. держ. ун-ті, 1992. – 196с.
18. Карагодова О. О., Черняк О.І. Задачі вступних іспитів з математики з розв'язками: Посібник для старшокласників та абітурієнтів. – К. "Знання" КООТ, 1996. – 185с.
19. Кованцова Л.В., Малышев І.Г. Сборник задач по математике: Учебн.пособие. /Под ред. Н.И.Кованцова – Киев.: Вища школа. 1980. – 288С.
20. Кушнір І.А., Фінкельштейн Л.П. Математика в задачах і прикладах: 101 порада абітурієнту. – К: Факт, 2001. – 304С.
21. Макуха А.С., Покровський В.С, Ушаков Р.П. Математика. Письменные экзаменационные работы: Справочное пособие. – Киев: Вища школа. Головное изд-во, 1985. – 495с.
22. Макаренко О.І., Овсієнко В.Г., Жлуктенко В.І. та ін. Конкурсні задачі з математики. – К.: КНЕУ, 1999. – 412с.
23. Неміш В.М., Шинкарик М.І. Математика – вступникам. – Тернопіль: Економічна думка, 2004. – 36с.
24. Паньков В.Г., Сорич В.А., Щирба В.С. Математика – алгебра вступникам до вузу. Вид-во Кам'янець-Подільського держ. пед. інституту, 1996. – 24С.
25. Паньков В.Г., Сорит В.А., Щирба В.С Математика-геометрія вступникам до вузу. Вид-во Кам'янець-Подільського держ.пед. інституту, 1996. – 25с.
26. Сборник задач по математике для поступающих во ВТУЗы. учебн. пособие / В.К. Егерев, Б.А. Кордемский, В.В. Зайцев и др.: Под. ред. М.И. Сканава. – М.: Высшая школа, 1988. – 431 с.

Зразок завдань Всеукраїнської олімпіади ТНЕУ з математики

1. Виконати дії: $1\frac{3}{11} \cdot 3\frac{1}{7} - 4\frac{2}{5} : 0,1$

- A) -44 B) -48 C) 48 D) -40 E) $0,4$

2. Обчислити: $\log_3 36 - \log_3 4$

- A) 2 B) $\log_3 8$ C) 6 D) 4 E) 1

3. Обчислити: $(\sqrt{9} : \sqrt{3})^2$

- A) 9 B) $\sqrt[3]{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) 3 E) 6

4. Спростити вираз: $\frac{6a-36}{a-6}$

- A) $\frac{12}{a}$ B) $12a$ C) $\frac{12}{a^2+1}$ D) 6 E) a

5. Спростити вираз: $\sin 2\alpha - 2\sin \alpha \cos \alpha$

- A) $\operatorname{tg} \alpha$ B) $\cos \alpha$ C) 0 D) 1 E) $\operatorname{ctg} \alpha$

6. Розв'язати нерівність: $x+10 < 7x-2$

- A) $x \in (-\infty; +\infty)$ B) $x \in (2; +\infty)$ C) $x \in (-\infty; 2)$ D) $x \in [2; +\infty)$ E) $x \in (-\infty; 2]$

7. Знайти похідну функції $y = 2 + \sin x$ в точці $x_0 = 60^\circ$

- A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) -1 E) $4\sqrt{3}$

8. Розв'язати рівняння: $\log_5(x-1) = 2$

- A) $x = 5$ B) $x = 25$ C) $x = 26$ D) $x = -5$ E) $x = \frac{1}{25}$

9. До 200 г 15%-го розчину додали ще 300г 40%-го розчину цієї ж речовини. Якої концентрації розчин отримають?

10. Основою піраміди є прямокутник із сторонами 18 см та 24 см. Кожне з бічних ребер дорівнює 25 см. Знайти об'єм піраміди.